

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

ВАРИАНТ 206

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{\frac{4^3 + 3^4}{3^4 - 4^3}}$.
2. Сумма первых ста членов арифметической прогрессии равна 750. Найдите член этой прогрессии с номером 99, если известно, что второй член этой прогрессии равен 7.
3. Решите уравнение $\sin x \cos 3x = \sin 3x \cos 5x$.
4. Решите неравенство $2^{\frac{3+5x}{1+2x}} + 2^{\frac{1+3x}{1+2x}} \leqslant 6\sqrt{2}$.
5. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно. Точки B, C, E, D лежат на одной окружности. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ADC , если известно, что $\angle CDE = \angle BAC$ и что радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 1.
6. Дан куб $ABCDA'B'C'D'$ с основанием $ABCD$ и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' , DD' . Найдите расстояние между прямой, проходящей через середины рёбер AB и AA' , и прямой, проходящей через середины рёбер BB' и $B'C'$, если ребро куба равно 1.
7. Найдите произведение корней уравнения

$$\sin \frac{x^2 + x + 1}{2x} + \cos \frac{x^2 - x + 1}{2x} = \frac{x^2 - 4x + 1}{x} \cdot \cos \frac{\pi - 2}{4}.$$